

مطالعه آزمایشگاهی پدیده آبشستگی موضعی در اطراف گروه پایه پل

عماد رشنو^{1*}، امیر رضا زراتی² و مجتبی کریمایی طبرستانی³

¹ دانش اموخته، کارشناسی ارشد مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

² استاد، گروه مهندسی آب، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

³ استادیار، گروه مهندسی ژئوتکنیک و آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت مدرس شهید رجایی

Rashno@aut.ac.ir

چکیده: هدف اصلی پژوهش حاضر ارزیابی حداکثر عمق آبشستگی در شرایط آب زلال در اطراف پایه‌های قرار گرفته در گروه پایه‌های دو تایی و سه تایی با چیدمان خطی در مقابل تغییرات فاصله بین پایه‌ها و تغییرات زاویه برخورد جریان است. فاصله بین پایه‌ها (G) از 2 برابر تا 10 برابر قطر پایه (D) و همچنین زاویه برخورد جریان به پایه‌ها از 0 تا 90 درجه متغیر بوده است. نتایج آزمایشات نشان داد که در چیدمان دو پایه حداکثر عمق آبشستگی اطراف پایه اول و دوم با افزایش فاصله بین پایه‌ها ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. به طوریکه حداکثر عمق آبشستگی پایه اول 1.19 برابر آبشستگی تک پایه و در فاصله 5D و همچنین حداکثر عمق آبشستگی پایه دوم 1.09 برابر آبشستگی تک پایه و در فاصله 4D رخ می‌دهد. همچنین با افزایش زاویه برخورد جریان از 0 تا 90 درجه عمق آبشستگی اطراف پایه دوم به میزان 14 درصد افزایش می‌یابد. در چیدمان سه پایه حداکثر عمق آبشستگی اطراف پایه اول و دوم با افزایش فاصله بین پایه‌ها ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. به طوریکه حداکثر عمق آبشستگی پایه اول 1.18 برابر آبشستگی تک پایه و در فاصله 4D و همچنین حداکثر عمق آبشستگی پایه دوم 1.07 برابر آبشستگی تک پایه و در فاصله 5D رخ می‌دهد. حداکثر عمق آبشستگی در اطراف پایه سوم 0.86 برابر آبشستگی تک پایه و در فاصله 6D رخ می‌دهد.

کلمات کلیدی: آبشستگی پایه پل، گروه پایه، مدل آزمایشگاهی، تغییر فاصله، تغییر زاویه

Experimental Investigation of Local Scour around Bridge Pier Group

E. Rashno, Z. Amir Reza and M. Karimaei Tabarestani

Abstract: The main scope of the present study is to evaluate the maximum scour depth in clear water conditions around the pier groups with two layouts (two-pier layout and three-pier layout). The distance and angle between piers have been variable. The distance between piers (G) in both layouts was between 2D and 10D (D is a circular pier diameter) and the angle between flow direction and piers alignment in two-layout was between 0 and 90. The results of two-layout showed that by increasing the distance between pier from 2D to 10D the maximum scour depth around first and second pier increased and then decreased. The maximum scour depth around first and second piers peaked at 1.19 (in 5D) and 1.09 (in 4D) times greater than maximum scour depth around single, respectively. In addition, for increasing of flow attack angle from 0 to 90, the maximum scour depth around second pier increased by 14%. The results of three-pier layout showed that by increasing the distance between pier from 2D to 10D the maximum scour depth around first and second pier increased and then decreased. The maximum scour depth around first and second piers peaked at 1.18 (in 4D) and 1.07 (in 5D) times greater than maximum scour depth around single, respectively. The maximum scour depth around third pier peaked at 0.86 times greater than maximum scour depth around single pier in 6D.

Keywords: Bridge pier scouring, Pier group, Experimental modeling, different pier space, different angle of flow attack

1 - مقدمه

شکل‌گیری گودال آبستتگی ناشی از تغییر ساختار جریان در اطراف پایه‌های پل یکی از مهمترین عوامل تخریب پل‌ها می‌باشد و سالانه تعداد زیادی از پل‌ها به علت وقوع پدیده آبستتگی جایگزین می‌شوند و یا هزینه‌های زیادی برای بازسازی بر دولت‌ها تحمیل می‌کنند. از طرفی نیاز به پل‌هایی با عرشه عریض‌تر برای عبور حجم بالای ترافیک ناشی از رشد اقتصاد در دنیای امروز، کاملاً مشهود است [1]. برای ساخت پل‌هایی با عرشه عریض‌تر از گروه پایه‌ها به جای تک پایه استفاده می‌شود. بنابراین نیاز به درک عمیق از عمق آبستتگی اطراف همه پایه‌های قرار گرفته در داخل گروه پایه وجود دارد. زمانی که پایه‌ها در یک چیدمان گروهی در کنار هم قرار می‌گیرند، گروه پایه نامیده می‌شوند. زمانی که فاصله بین پایه به اندازه کافی بزرگ باشد، پایه‌ها مستقل از هم عمل می‌کنند و زمانی که دو پایه به هم چسبیده باشند، شبیه یک تک پایه عمل می‌کنند [1] - [4]. نیروهای وارد بر پایه‌ها، الگوهای جریان و آبستتگی موضعی در گروه پایه با تک پایه متفاوت است. [2], [5]

مکانیزم آبستتگی در گروه پایه‌ها از چهار عامل اصلی تشکیل شده است: عامل تقویتی، عامل حفاظتی، عامل گرداب‌های نعل اسبی به هم فشرده و عامل گرداب‌های برخاستگی. زمانی که حفره آبستتگی پایه بالادستی و پایین‌دستی با هم تداخل دارند، رسوبات اطراف پایه بالادستی به راحتی وارد حفره پایه پایین‌دستی شده و این پدیده، موجب تقویت آبستتگی پایه بالادستی شده که به آن عامل تقویتی می‌گویند. عامل حفاظتی به دو طریق اتفاق می‌افتد: اول زمانی که پایه بالادستی با قرار گرفتن در جلوی پایه پایین‌دستی مانع از برخورد مستقیم جریان به آن می‌شود و دوم اینکه رسوبات کنده شده از اطراف پایه بالادستی که در اثر عامل تقویتی در اطراف پایه پایین‌دستی دپو می‌شوند، خود به نوعی عمق آبستتگی اطراف پایه پایین‌دستی را کاهش می‌دهند. از طرفی گرداب‌های برخاستگی در پشت پایه بالادستی، منطقه جلو پایه پایین‌دستی را تحت تاثیر نیروهای بلندکننده قرار می‌دهند، که عامل

این پدیده گرداب‌های برخاستگی نامیده می‌شود. گرداب‌های برخاستگی با افزایش نیروی بلندکننده در بالادست پایه پایین دستی باعث افزایش عمق آبستتگی پایه پایین دستی می‌شوند. حال اگر دو پایه در کنار هم در عرض جریان قرار گیرند فاصله بین پایه‌ها شبیه به یک تنگ‌شدگی عمل می‌کند. در این تنگ‌شدگی گرداب‌های نعل اسبی به هم فشرده می‌شوند و قدرت آنها برای فرسایش جریان افزایش می‌یابد که به این پدیده، گرداب‌های نعل اسبی به هم فشرده می‌گویند [2], [5], [6], [7].

با بررسی تحقیقات گذشتگان این نتیجه حاصل می‌شود که حداقل فاصله جانبی پایه‌ها با توجه به ملاحظات هیدرولیکی به گونه‌ای که آبستتگی پایه‌ها مجزا باشد و بر روی هم تاثیر نداشته باشد، فاصله $7D$ (D قطر پایه استوانه‌ای می‌باشد) است [5]. از طرفی با توجه به ملاحظات سازه‌ای و اجرایی حداقل فاصله جانبی پایه‌های پل در عمل $10D$ است [8]. بنابراین در عمل تاثیر فاصله جانبی پایه‌ها بر روی آبستتگی گروه پایه موضوعیت ندارد، در حالیکه برای گروه شمع‌هایی که به عنوان پی برای پایه پل‌ها یا انواع سازه‌های دریایی استفاده می‌شوند و با فاصله کمی از یکدیگر ساخته می‌شوند حائز اهمیت است. از آنجایی که موضوع پژوهش حاضر بررسی آبستتگی پایه‌های گروهی پل (گروه پایه دوتایی و سه تایی) است لذا از پرداختن به فاصله جانبی خودداری شده و فاصله پایه‌ها فقط در راستای طولی مورد توجه قرار گرفته است. به این ترتیب در شرایطی که پایه‌ها در یک ردیف و پشت سر هم قرار می‌گیرند، عامل گرداب‌های نعل اسبی به هم فشرده وجود نخواهد داشت. اما برای حالتی که پایه‌ها در یک ردیف ولی تحت زاویه نسبت به راستای جریان قرار می‌گیرند، هر چهار مکانیزم آبستتگی را دارا خواهند بود [1], [9].

بررسی مراجع نشان می‌دهد که تحقیقات گسترده‌ای در زمینه آبستتگی تک پایه انجام شده است. اما آبستتگی در گروه پایه‌ها تا حدودی ناشناخته است و تحقیقات زیادی در این زمینه انجام نگرفته است. الیوت و بیکر (1985)، عطایی آشتیانی و بهشتی (2006)،

توسعه کامل لایه مرزی کافی است. این فلوم مجهز به دو پمپ با حداکثر دبی 75 لیتر بر ثانیه بوده و یک سرریز مستطیلی لبه تیز به همراه مانومتر برای سنجش دبی در پایین دست است. تنظیم عمق جریان با استفاده از دریچه‌ای که در انتهای کانال قرار دارد انجام می‌گیرد و برای سنجش عمق در کانال از یک عمق سنج دیجیتالی با دقت 0/1 میلی‌متر استفاده می‌گردد. رسوبات مورد استفاده از نوع غیرچسبنده و با اندازه متوسط $d_{50} = 0.71$ میلی‌متر با ضریب انحراف هندسی برابر با $(\sigma_g = 1.29)$ می‌باشد. ضریب انحراف هندسی به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود [13].

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}} \quad (1)$$

در رابطه فوق d_{16} و d_{84} به ترتیب عبارتند از قطری از دانه‌ها که 16 و 84 درصد قطر دانه‌ها از آن کوچکتر هستند. از آنجا که این ضریب برای رسوبات مورد آزمایش کمتر از 1/3 است، در نتیجه رسوبات دارای دانه بندی یکنواخت هستند و پارامتر غیر یکنواختی دانه‌های رسوب بر آبشستگی بی تاثیر است. مدل گروه پایه‌های پل شامل دو پایه و سه پایه با مقطع دایره و از جنس پولیکا است که در قسمت میانی ناحیه قرارگیری رسوبات نصب می‌شود. قطر پایه‌ها برابر 4 سانتیمتر (شکل 1) به گونه‌ای انتخاب شد که تأثیر جداره‌های کانال بر ساختار جریان دور پایه ناچیز باشد. بر این اساس طبق معیار رودکیوی و اتما (1983)، باید نسبت قطر پایه به عرض کانال $(D/B < 0.16)$ باشد [14]. [15] که این مقدار در تحقیق حاضر برای پایه‌های در راستای جریان برابر با 0/055 می‌باشد. همچنین با پذیرش معیار فوق فاصله بین مرکز پایه با قطر 4 سانتیمتر تا جداره کانال حداقل باید 12/5 سانتی‌متر باشد که این مقدار در تحقیق حاضر برای شرایطی که پایه‌ها تحت زاویه نسبت به راستای جریان هستند و در بدترین حالت که راستای پایه‌ها و جریان بر هم عمود هستند، برابر با 22/5 سانتی متر است. در نتیجه می‌توان اثرات جداره‌ها را در تحقیق حاضر بی‌تأثیر دانست. از طرفی بر اساس مطالعات رودکیوی و اتما (1983) و ملویل و چیو (1999) زمانی که نسبت قطر

امینی و همکاران (2012) و هاووانگ و همکاران (2015 و 2016) اثر تغییرات فاصله بین پایه‌ها را بر روی عمق آبشستگی در گروه پایه بررسی کرده‌اند [1]– [3]. [9]. [11]. ژائو و شپارد (1999) اثر زاویه برخورد جریان را بر روی حداکثر عمق آبشستگی در گروه پایه بررسی کرده‌اند نتایج این تحقیق نشان داد که حداکثر عمق آبشستگی در گروه پایه مربوط به پایه‌های جلویی است. بنابراین این محققین اثر برخورد زاویه جریان را فقط برای پایه جلو بررسی کرده‌اند [10]. حنا (1978)، سلیم و جونز (1996)، اسمیث (1999) و لانس و همکاران (2015) اثر تغییرات زاویه برخورد جریان و تغییرات فاصله بین پایه‌ها را بر روی آبشستگی گروه پایه مورد بررسی قرار داده‌اند [4]. [5]. [12]. در بین محققین بالا به جز حنا (1978) و هاووانگ و همکاران (2015 و 2016) هیچکدام اثرات تغییرات فاصله بین پایه‌ها را بر روی عمق آبشستگی پایه‌های پایین‌دستی بررسی نکرده‌اند و فقط تغییرات حداکثر عمق آبشستگی در کل گروه پایه که مربوط به پایه‌های ردیف جلویی است را ارائه نموده‌اند. هاووانگ و همکاران (2015 و 2016) نیز زمانی کوتاه ($t=5$ hr) برای به تعادل رسیدن عمق حفره آبشستگی در نظر گرفته‌اند. همچنین هیچکدام از محققین بالا اثر تغییر زاویه جریان را بر روی عمق حفره آبشستگی پایه پایین‌دستی بررسی نکرده‌اند. بر این اساس بررسی تغییرات عمق آبشستگی در پایه‌های پایین‌دستی در مقابل تغییرات زاویه برخورد جریان برای چیدمان دوپایه و تغییرات عمق آبشستگی پایه‌های پایین‌دستی در مقابل تغییرات فاصله بین پایه‌ها، برای چیدمان دوپایه و سه پایه در راستای جریان هدف اصلی پژوهش حاضر است.

2- تجهیزات آزمایشگاهی

آزمایش‌ها در یک فلوم مستطیلی افقی به طول 10 متر، عرض 0/73 متر و عمق 0/60 متر انجام شده است. ناحیه قرارگیری رسوبات به طول 1/5 متر و عمق 0/2 متر در فاصله 5 متری از ورودی کانال قرار دارد. بررسی‌های انجام شده نشان داد که این فاصله برای

نشان می‌داد. همچنین برای محاسبه پارامتر u_{*c} که به صورت سرعت برشی در حالت آستانه حرکت دانه‌های بستر تعریف می‌شود، از نمودار شیلدز استفاده گردید. در نهایت نتیجه محاسبات نشان داد که پارامتر شدت جریان در شرایط آستانه حرکت بستر برابر با $0/90$ ($u_{*c}/u_{*c} = 0.90$) است.



شکل 1. پایه های پل مورد استفاده در آزمایشگاه

Fig .1. Piers bridge in laboratory

چیدمانی که برای پایه‌ها انتخاب شده است با توجه به جنبه‌های اجرایی گروه پایه‌ها در کارهای مهندسی، چیدمان دو پایه و سه پایه در راستای جریان است (شکل 2). فاصله طولی پایه‌ها در مدل‌های ساخته شده از 2 تا 10 برابر اندازه قطر متغیر بوده است (شکل 2- A).

همچنین زاویه بین پایه‌ها در چیدمان دو پایه از صفر تا 90 درجه برای فواصلی از پایه بررسی شده است که پایه‌ها تاثیر وجود یکدیگر را به طور کامل احساس کنند (2D، 3D، 5D و 7D) متغیر بوده است (شکل 2-B). به این ترتیب در مجموع 26 آزمایش مختلف در تحقیق حاضر انجام شده است (جدول 1). زمان اجرای آزمایش‌ها بر اساس یک آزمایش طولانی مدت (78 ساعت) شامل 2 پایه که در فاصله $G=3D$ قرار گرفته‌اند، انتخاب شده است. شکل (3) نمودار پیشرفت حداکثر عمق آبشستگی در گروه پایه دوتایی را در برابر زمان نشان می‌دهد. با توجه به معیار عمق تعادل ملویل و چپو (1999) هرگاه در یک بازه زمانی 24 ساعته پیشرفت عمق آبشستگی کمتر از 5 درصد قطر پایه باشد، حفره آبشستگی به تعادل رسیده است [19]. حفره آبشستگی در زمان 78 ساعت به تعادل رسیده

پایه به اندازه متوسط ذرات (D/d_{50}) بیشتر از 50 باشد، اندازه مصالح بستر در عمق آبشستگی موثر نخواهد بود [16]. همچنین بر اساس مطالعات ملویل و ساترلند (1988) این نسبت باید از 25 بیشتر باشد [17]. در آزمایش‌های پژوهش حاضر این نسبت برابر با 56 می باشد که هر دو معیار فوق را ارضا می کند.

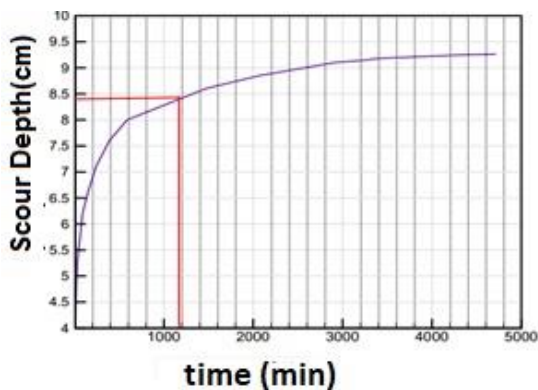
محدوده تغییرات عدد رینولدز جریان در آزمایش‌های مطالعه حاضر برابر با $60000 \leq Re \leq 80000$ است. همچنین محدوده عدد رینولدز پایه در بازه $10800 \leq Re_p \leq 13200$ قرار دارد که $Re_p = \frac{u_* D}{\nu}$ است. تحقیقات انجام شده توسط مونتگی (1994) نشان می‌دهد در صورتی که $Re_p > 7000$ باشد، تاثیر آن بر عمق آبشستگی قابل اغماض است [18]. تمامی آزمایش‌ها در شرایط آستانه حرکت ذرات بستر انجام گرفته است. با توجه به ثابت بودن اندازه مصالح کف بستر در تمامی آزمایش‌ها، دبی و عمق جریان نیز ثابت انتخاب شده است. آستانه حرکت ذرات بستر با استفاده از آزمایش‌هایی جداگانه به مدت 24 ساعت در شرایط بدون حضور پایه بدست آمد. در این شرایط اگر چه دانه‌های کوچکتر از d_{50} حرکت می‌کردند ولی تغییرات کلی تراز بستر در طول آزمایش کمتر از 2 تا 3 میلی‌متر بود. این آزمایش‌ها نشان داد که وقتی دبی جریان در کانال برابر $0/03$ مترمکعب بر ثانیه و عمق جریان برابر با $13/5$ سانتی متر باشد، بستر در شرایط آستانه حرکت قرار دارد. در این شرایط سرعت برشی جریان (u_*) در محل نصب پایه‌ها با استفاده از محاسبات جریان یکنواخت بدست آمد. این محاسبات با استفاده از محاسبات جریان متغیر تدریجی (روش گام به گام مستقیم) نیز مورد بازبینی و کنترل قرار گرفت. در این روش با استفاده از اندازه‌گیری عمق‌های بالادست و پایین‌دست کانال در زمانیکه بستر کانال صاف بوده و پایه‌ها در محل مربوطه نصب نشده‌اند اقدام به محاسبه سرعت برشی جریان در محل نصب پایه‌ها شد که به علت شیب ناچیز سطح آب نتایج بدست آمده از محاسبات جریان متغیر تدریجی اختلاف کمی را با محاسبات جریان یکنواخت

3- تحليل نتايج

در اين قسمت نتايج به ترتيب براي تک پايه، دو پايه و سه پايه ارائه شده است.

3-1 تک پايه

در جدول (2) خلاصه نتايج آزمون براي تک پايه ارائه شده است. با توجه به اين جدول عمق آبستگي نسبي نهايي (d_s/D) که در آن d_s عمق آبستگي تک پايه است، بعد از 20 ساعت آزمون برابر با 1/85 بدست آمده است. از نتايج تک پايه براي بدست آوردن عمق نسبي حفره آبستگي در پايه هاي قرارگرفته در داخل گروه پايه (d_{si}/d_s) استفاده مي شود که در آن d_{si} عمق حفره آبستگي در اطراف پايه i ام و d_s عمق حفره آبستگي در اطراف تک پايه است.



شکل 3. نمودار پیشرفت عمق آبستگي بر حسب زمان برای پايه جلویی در آزمون بلند مدت

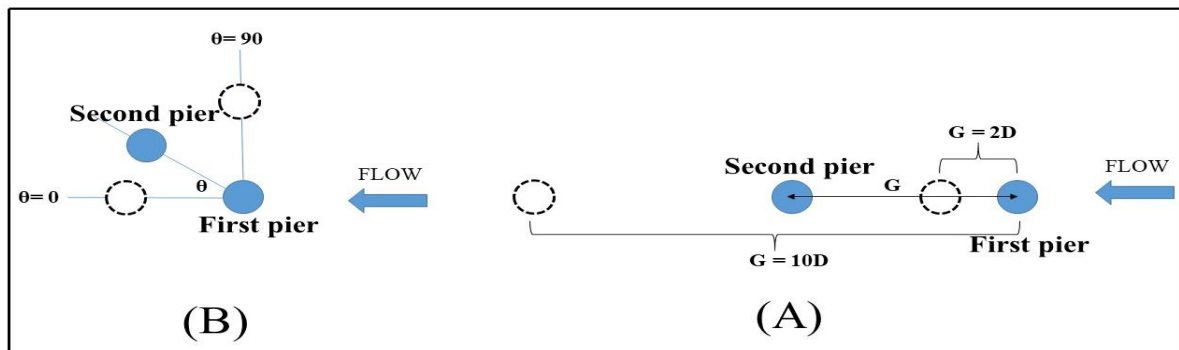
Fig. 3. Scour depth development in front pier for long-term experiment

است (ملویل و چيو 1999). با درون يابی روی منحنی شکل (3)، 90 درصد عمق تعادل آبستگي در زمان 19 ساعت و چهل دقیقه از شروع آزمون رخ می دهد. بنابراین زمان اجرای هر آزمون 20 ساعت در نظر گرفته شده است.

جدول 1. جدول آزمون ها

Table 1. Experiments

| Test No. | piers | Pier spacing(D) | Pier angle (degree) |
|----------|-------|-----------------|---------------------|
| N1 | 1 | - | - |
| N2 | 2 | 2 | 0 |
| N3 | 2 | 3 | 0 |
| N4 | 2 | 4 | 0 |
| N5 | 2 | 5 | 0 |
| N6 | 2 | 6 | 0 |
| N7 | 2 | 7 | 0 |
| N8 | 2 | 8 | 0 |
| N9 | 2 | 9 | 0 |
| N10 | 2 | 10 | 0 |
| N11 | 2 | 3 | 90 |
| N12 | 2 | 5 | 90 |
| N13 | 2 | 7 | 90 |
| N14 | 2 | 2 | 30 |
| N15 | 2 | 3 | 30 |
| N16 | 2 | 5 | 30 |
| N17 | 2 | 3 | 60 |
| N18 | 2 | 5 | 60 |
| N19 | 2 | 7 | 60 |
| N20 | 2 | 2 | 0 |
| N21 | 2 | 3 | 0 |
| N22 | 3 | 4 | 0 |
| N23 | 3 | 5 | 0 |
| N24 | 3 | 6 | 0 |
| N25 | 3 | 8 | 0 |
| N26 | 3 | 10 | 0 |



شکل 2. چیدمان پايه ها برای (A) تغییرات طولی فاصله بین پايه ها و (B) تغییرات زاویه ای

Fig. 2. Piers layout for (A): Longitudinal changes in pier spacing and (B) Angular changes

جدول 2. نتایج آزمایش تک پایه

Table 2. Experimental results for single pier

| Test No. | D (cm) | (h) Time | d_{s0} (mm) | u_s/u_{sc} | |
|----------|--------|----------|---------------|--------------|------|
| N1 | 4 | 20 | 0.71 | 0.9 | 1.85 |

داده‌های جدول (3) و شکل (4) برای پایه دوم (پایه پایین‌دستی) نشان می‌دهد که آبشستگی پایه دوم نسبت به تک پایه با افزایش فاصله بین پایه‌ها در ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش یافته که در نهایت در فاصله فاصله $6D$ به میزان آبشستگی تک پایه می‌رسد. بنابراین نتیجه‌ای که از آزمایشات حاضر حاصل می‌شود اینست که تاثیر پایه اول بر عمق آبشستگی در جلوی پایه دوم بعد از $6D$ قابل اغماض است و با پذیرش میزان اختلاف کمتر از 5 درصد قطر پایه با آبشستگی تک پایه (یعنی 2 میلی‌متر) به عنوان خطا در برداشت اطلاعات، می‌توان پایه دوم را مستقل در نظر گرفت. حنا (1978) فاصله $8D$ را برای استقلال پایه‌ها اعلام کرده است. در حالیکه هاووانگ و همکاران (2016) مقدار بیشتر از $11D$ را به عنوان حد استقلال پایه‌ها در نظر گرفته‌اند. البته هاووانگ و همکاران (2016) زمان آزمایش‌ها را 5 ساعت در نظر گرفته‌اند که این زمان برای به تعادل رسیدن حفره آبشستگی در گروه پایه‌ها کافی نیست افزایش عمق آبشستگی برای پایه دوم با افزایش فاصله را می‌توان اینگونه تفسیر کرد که با افزایش فاصله پایه دوم از پایه اول از $2D$ تا $4D$ پایه دوم بیشتر در معرض برخورد مستقیم جریان بالادست و آشفتگی‌های پشت پایه اول قرار می‌گیرد. و کاهش عمق آبشستگی بعد از فاصله $4D$ را می‌توان ناشی از کاهش تاثیر گردابه‌های پشت پایه اول دانست.

جدول 3. خلاصه آزمایش‌ها برای چیدمان دوپایه در راستای جریان ($D=4\text{cm}$)

Table 3. Experimental results for 2-pier layout in line with flow

| Test No. | G | d_{s1}/d_s | d_{s2}/d_s |
|----------|-----|--------------|--------------|
| N2 | 2D | 1.123 | 0.92 |
| N3 | 3D | 1.150 | 0.97 |
| N4 | 4D | 1.150 | 1.09 |
| N5 | 5D | 1.192 | 1.027 |
| N6 | 6D | 1.150 | 1.013 |
| N7 | 7D | 1.150 | 0.959 |
| N8 | 8D | 1.136 | 0.932 |
| N9 | 9D | 1.136 | 0.945 |
| N10 | 10D | 1.112 | 0.959 |

مقدار $1/85$ برای پارامتر d_s/D در آزمایشات پژوهش حاضر با مقادیر بدست آمده توسط محققین پیشین همخوانی مناسبی دارد. پارامتر d_s/D با استفاده از معادله ملویل و ساترلند (1989) در شرایط آزمایش پژوهش حاضر برابر $2/07$ ، با استفاده از معادله ریچاردسون (HEC-18) (1991) برابر $1/72$ و با استفاده از معادله کلرادو (CSU) (1975) برابر $1/72$ می‌باشد. از نتایج این آزمایش به عنوان آزمایش شاهد برای مطالعه تغییرات عمق آبشستگی در گروه پایه استفاده می‌شود.

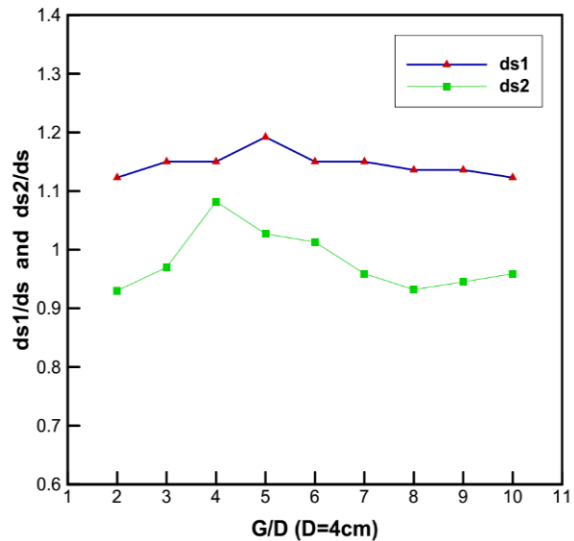
3-2 دو پایه

در جدول (3) نتایج آزمایشات مربوط چیدمان دوپایه برای پایه‌های قرار گرفته در راستای جریان ارائه شده است. با توجه به این جدول d_{s1} و d_{s2} به ترتیب عمق آبشستگی در پایه اول و پایه دوم در گروه پایه دوتایی هستند. همچنین در شکل (4) نمودار تغییرات عمق آبشستگی در مقابل تغییرات فاصله برای پایه‌های اول و دوم نشان داده شده است. بررسی نتایج ارائه شده در جدول (3) و شکل (4) نشان می‌دهد که تفاوت بین حداکثر و حداقل مقدار عمق آبشستگی برای پایه اول در فواصل مختلف بین پایه ای حدود 8 درصد است. عمق آبشستگی پایه اول با افزایش فاصله بین پایه‌ها ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد به طوری که حداکثر عمق آبشستگی برای پایه اول 19 درصد بیشتر از آبشستگی تک پایه و در فاصله $5D$ اتفاق می‌افتد. همچنین عمق آبشستگی برای این پایه در کمترین حالت یعنی در فاصله $10D$ ، حدود 10 درصد بیشتر از آبشستگی تک پایه است و این می‌تواند به خاطر وجود اثر تقویتی ناشی از پایه پایین‌دستی باشد. این موضوع در تحقیقات محققین مختلف که حداکثر عمق آبشستگی را در شرایط گروه پایه را بررسی نموده‌اند نیز تایید شده است [1], [2], [5], [9].

با توجه به اینکه مقادیر $K\theta$ در یک زاویه ثابت ولی در فواصل مختلف بین پایه‌های $3D \leq G \leq 7D$ نزدیک به هم بودند، و هدف در این قسمت بیشتر مشاهده تاثیر زاویه برخورد می باشد از این پارامتر در هر زاویه متوسط-گیری شد که مقدار بدست آمده با پارامتر $K\theta_a$ در جدول (3) نشان داده شد.

در شکل (5) مقایسه نتایج آزمایش‌های فعلی با نتایج محققین قبلی شامل آشتیانی و بهشتی (2006)، هاووانگ و همکاران (2016) و حنا (1978) نشان داده شده است. به طور کلی با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که نتایج حاصل از آزمایش‌های فعلی با نتایج محققین قبلی همخوانی مناسبی دارد. همانگونه که در شکل (5 - الف) نشان داده شده است در مورد پایه اول رفتار نمودار داده‌ها بسیار شبیه به هم است یعنی در هر چهار تحقیق، تغییرات عمق آبستگي بر حسب تغییرات فاصله بین پایه‌ها در ابتدا به صورت

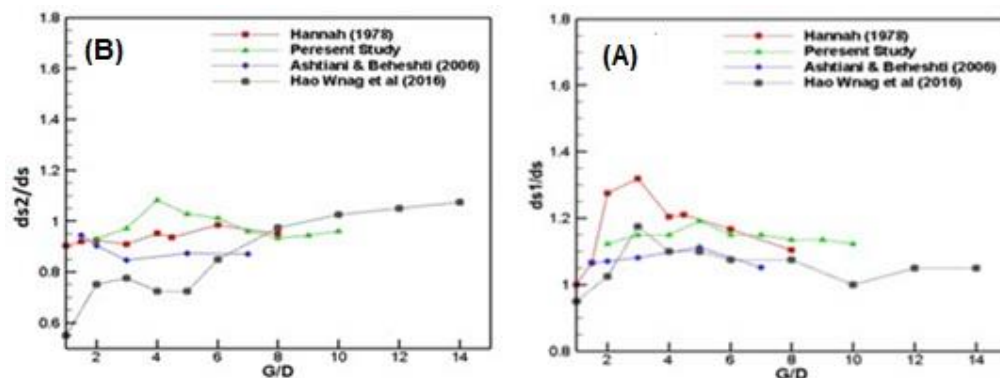
افزایشی و سپس به صورت کاهش می‌باشد. نکته دیگر اینکه با توجه به این شکل مقادیر بدست آمده از آزمایش‌های هاووانگ و همکاران (2016) تا فاصله $8D$ از مقادیر آزمایش‌های تحقیق حاضر کمتر است و این ممکن است به دلیل کم بودن زمان آزمایش (5 ساعت) در آزمایش‌های این محققین باشد.



شکل 4. تغییرات عمق حفره آبستگي در پایه اول و دوم نسبت به آبستگي تک پایه در مقابل تغییرات فاصله بین پایه‌ها

Fig. 4. Scour depth variation for first and second pier with pier space variation

در جدول (4) نتایج آزمایش‌های مربوط به چیدمان دو پایه برای پایه‌های تحت زاویه نسبت به راستای جریان ارائه شده است. در این جدول پارامتر $K\theta$ مربوط به اثر زاویه برخورد جریان به پایه‌هاست. این پارامتر به صورت نسبت عمق حفره آبستگي پایه‌ها تحت زاویه θ در یک فاصله بین پایه‌ای خاص ($d_{si}(\theta)$) به عمق حفره آبستگي تک پایه (d_s) تعریف شده است. اندیس i در این پارامتر نیز نشان دهنده $i=1$ برای پایه اول و $i=2$ برای پایه دوم است.



شکل 5. مقایسه نتایج آزمایشات فعلی با نتایج محققین پیشین در چیدمان دو پایه در راستای جریان. (A) برای پایه اول. (B) برای پایه دوم
Fig. 5. Comparison between present study and previous scholars in 2-pier layout (A) First pier (B) Second pier

برخورد جریان، اثر تقویتی پایه مجاور اضافه می شود. بنابراین آبشستگی پایه دوم نیز افزایش می یابد.

جدول 4. خلاصه آزمایش ها برای چیدمان دوبایه تحت زاویه با راستای جریان (D=4cm)

Table 4. Experimental results for 2-pier layout with angle variation (D=4cm)

| Test No. | pier | θ° | G | $K_\theta = d_{si}(\theta)/d_s$ | $K_{\theta a}$ |
|----------|------|----------------|----|---------------------------------|----------------|
| N2 | F | 0° | 3D | 1.15 | 1.16 |
| N4 | F | | 5D | 1.19 | |
| N6 | F | | 7D | 1.15 | |
| N11 | F | 90° | 3D | 1.25 | 1.18 |
| N12 | F | | 5D | 1.17 | |
| N13 | F | | 7D | 1.11 | |
| N1 | S | 0° | 2D | 0.92 | 1.01 |
| N2 | S | | 3D | 0.97 | |
| N4 | S | | 5D | 1.09 | |
| N6 | S | | 7D | 1.027 | |
| N14 | S | 30° | 2D | 1.0 | 1.06 |
| N15 | S | | 3D | 1.01 | |
| N16 | S | | 7D | 1.15 | |
| N17 | S | 60° | 3D | 1.05 | 1.13 |
| N18 | دوم | | 5D | 1.20 | |
| N19 | دوم | | 7D | 1.13 | |
| N11 | دوم | 90° | 3D | 1.25 | 1.18 |
| N12 | دوم | | 5D | 1.17 | |
| N13 | دوم | | 7D | 1.11 | |

F: Front pier and S: Second pier

مقدار خود (18 درصد بیشتر از آبشستگی تک پایه) می رسد. روند افزایشی در این نمودار حاکی از آن است از آنجایی که تغییرات عمق حفره آبشستگی برای تک پایه ها در مقابل تغییرات زاویه برخورد جریان توسط محققین دیگر بررسی نشده است لذا نمودارهای شکل (A-6) قابل مقایسه با یافته های محققین دیگر نمی باشد. ولی آن دسته از محققینی که آبشستگی پایه اولی را در دو چیدمان در راستای جریان (صفر درجه) و در عرض جریان (90 درجه) در نظر گرفته اند را می توان به عنوان تغییرات زاویه ای پایه جلویی در نظر گرفت و با یافته های پژوهش حاضر مقایسه کرد. لذا در شکل (B-6) نسبت آبشستگی پایه اول در حالت صفر درجه به آبشستگی پایه اول در حالت 90 درجه برای فواصل مختلف بین پایه ای در پژوهش حاضر با تحقیقات حنا (1978) و عطایی آشتیانی و بهشتی

همچنین مقادیر آبشستگی برای پایه اول و دوم در آزمایش های عطایی آشتیانی و بهشتی (2006) نیز کمتر از مقادیر آزمایش های مطالعه حاضر است و این می تواند به دلیل کوچک بودن مدل آزمایشگاهی (قطر پایه 1/2 سانتی متر) و زمان کمی (8 ساعت) باشد که این محققین برای آزمایش های خود در نظر گرفته اند. در شکل (5- الف) فاصله بحرانی یا همان فاصله ای که بیشترین مقدار عمق آبشستگی در آن اتفاق می افتد در آزمایش های حنا (1978) و هاو وانگ و همکاران (2016) برابر 3D و در آزمایش های آشتیانی و بهشتی (2006) و مطالعه حاضر برابر 5D است. فاصله بحرانی پایه دوم (شکل 5-ب) برای آزمایش های مطالعه حاضر در حدود 4D، مطالعه حنا (1978) 6D و مطالعه هاووانگ و همکاران (2016) 3D است. در مطالعه عطایی و آشتیانی (2006) فاصله بحرانی برای پایه دوم در فاصله 1D قرار دارد.

3-2-1 تاثیر زاویه برخورد جریان

با توجه به نتایج ارائه شده جدول (4)، شکل (6- A) تاثیر زاویه برخورد جریان بر میزان آبشستگی برای پایه های اول و دوم را در شرایط $3D \leq G \leq 7D$ نشان می دهد. در این نمودار مقدار پارامتر $K_{\theta a}$ برای زوایای بین صفر تا 90 درجه نشان داده شده است. با توجه به جدول (4) و شکل (6- A) مشخص می شود که مقدار $K_{\theta a}$ برای پایه اول زمانی که پایه ها در راستای جریان قرار دارند 1/16 است که تقریباً برابر با حالت 90 درجه یعنی 1/18 می باشد. به این ترتیب هر چند با افزایش زاویه برخورد جریان نقش عامل تقویتی پایه دوم برای پایه اول کاهش یافته است ولی اثر تنگ شدگی جریان باعث شده تا عمق آبشستگی تقریباً به همان میزان، نسبت به تک پایه افزایش یابد.

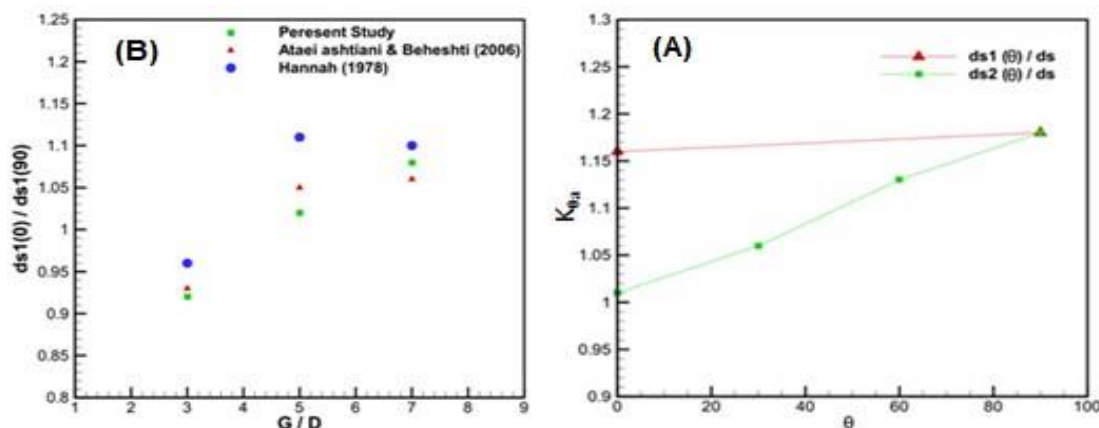
در پایه دوم مقدار پارامتر $K_{\theta a}$ برای حالتی که زاویه برخورد جریان صفر است عدد 1/01 است که آبشستگی آن همان آبشستگی تک پایه می باشد. در حالیکه با افزایش زاویه برخورد جریان عمق حفره آبشستگی در پایه دوم نیز افزایش می یابد. به طوریکه در زاویه 90 درجه به بیشترین که با افزایش زاویه

همچنين در فاصله $7D$ بيشترين مقدار نسبت $(d_{s1(0)}/d_{s1(90)})$ برابر با $1/10$ مربوط به مطالعه حنا (1978) و كمترين مقدار برابر با $1/06$ مربوط به مطالعه عطايي آشتياني و بهشتي (2006) است. كه مقدار مربوط به مطالعه حاضر $(1/06)$ مابين آنها قرار دارد.

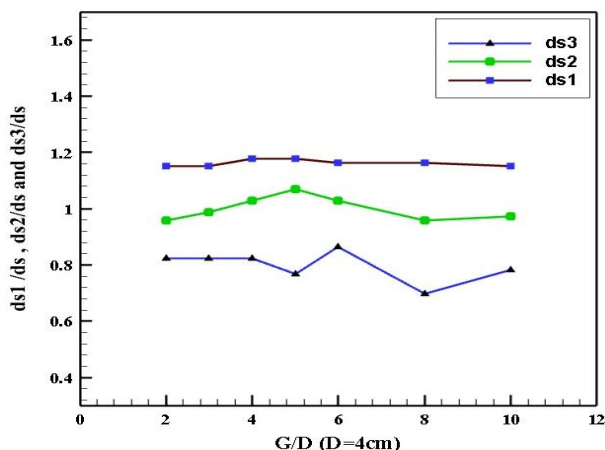
3-3 سه پايه

در جدول (5) نتايج آزمايشات مربوط به چيدمان سه پايه در راستاي جريان ارائه شده است. با توجه به اين جدول d_{s1} ، d_{s2} و d_{s3} به ترتيب عمق آبستگي در پايه اول، دوم و سوم در گروه پايه سه تايي هستند. همچنين در شكل (7) نمودار تغييرات عمق آبستگي در مقابل تغييرات فاصله براي پايه‌هاي اول، دوم و سوم نشان داده شده است. بررسي نتايج ارائه شده در جدول (5) و شكل (7) نشان مي‌دهد كه حداكثر عمق آبستگي در كل گروه پايه براي فواصل مختلف بين پايه اي مربوط به پايه اول است. همچنين تفاوت بين حداكثر و حداقل مقدار عمق آبستگي براي پايه اول در فواصل مختلف بين پايه اي بسيار ناچيز (در حدود 3 درصد) است.

(2006) مقايسه شده است. نسبت $(d_{s1(0)}/d_{s1(90)})$ در تحقيق حاضر، حنا (1978) و عطايي آشتياني و بهشتي (2006) براي فاصله بين پايه‌هاي $3D$ كمتر از 1 است و اين بدین معناست كه در $3D$ به دليل وجود اثر تنگ شدگي آبستگي پايه اول در حالت 90 درجه بيشتر از صفر درجه است و اين نسبت براي هر دو پژوهش ديگر نيز كمتر از 1 است. براي فواصل $5D$ و $7D$ پايه‌ها از لحاظ فاصله عرضي تقريبا به استقلال رسيده‌اند و با آبستگي تك پايه اختلاف كمی دارد از طرفي در فواصل $5D$ و $7D$ پايه ها از لحاظ فاصله طولی هنوز به استقلال نرسيده‌اند و آبستگي پايه اول به دليل وجود اثر تقويتي پايه دوم بيشتر از تك پايه است. بنابراین نسبت عمق حفره آبستگي در حالت صفر درجه بيشتر از حالت 90 درجه است و نسبت $(d_{s1(0)}/d_{s1(90)})$ براي هر سه پژوهش بيشتر از 1 است. در $3D$ نسبت $(d_{s1(0)}/d_{s1(90)})$ براي مطالعه حاضر كمترين مقدار و برابر $0/92$ ، براي مطالعه حنا (1978) بيشترين مقدار و برابر $0/96$ است. در فاصله $5D$ بيشترين مقدار نسبت $(d_{s1(0)}/d_{s1(90)})$ برابر با $1/11$ مربوط به مطالعه حنا (1978) و كمترين مقدار برابر با $1/02$ مربوط به مطالعه حاضر است.



شكل 6. نتايج آزمايشات مربوط به گروه پايه‌ها تحت زاويه نسبت به راستاي جريان (A) تغييرات نسبت عمق آبستگي در پايه اول و دوم تحت زاويه به عمق آبستگي تك پايه در زواياي مختلف در شرايط $G=3D$ (B) مقايسه نتايج پژوهش حاضر با مطالعات محققين قبل
Fig. 6. Experimental results for angular pier group (A):The Ratio of Scour depth at first and second pier in angular pier group to single pier in $G = 3D$ (B): comparison between results of present study and Previous scholars



شکل 7. تغییرات عمق حفره آبشستگی در پایه اول، دوم و سوم نسبت به آبشستگی تک پایه در مقابل تغییرات فاصله بین پایه‌ها
 Fig. 7. Scour depth variation for first, second and third pier with pier space variation

4- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر عمق آبشستگی برای گروه پایه های شامل دوپایه و سه پایه با چیدمان خطی به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی عمق آبشستگی در پایه اول، دوم و سوم برای فواصل مختلف بین پایه‌ای از 2D تا 10D مورد توجه قرار گرفت. همچنین تغییرات عمق آبشستگی برای مقادیر مختلف زاویه برخورد جریان به راستای پایه‌ها از صفر تا 90 درجه در چیدمان دو پایه مورد مطالعه قرار گرفت. آزمایشات در شرایط آستانه حرکت دانه‌های بستر انجام گرفت که مهمترین نتایج بدست آمده به شرح زیر می‌باشند:

1- حداکثر عمق آبشستگی در کل گروه پایه‌ها در همه حالات مربوط به پایه اول است. همچنین نتایج آزمایشات نشان داد که اختلاف عمق آبشستگی در جلوی پایه اول با تک پایه در بدترین حالت که مربوط به فاصله بین پایه‌ای 5D می‌باشد در حدود 19 درصد بیشتر از آبشستگی تک پایه است.

2- در چیدمان دو پایه با افزایش فاصله بین پایه‌ها عمق آبشستگی پایه اول ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. به طوری که در فاصله 5D دارای حداکثر عمق آبشستگی است و 19 درصد بیشتر از آبشستگی تک پایه است. اختلاف بیشترین و کمترین

در نتیجه مشابه با نظر محققین پیشین می‌توان گفت که با تغییرات فاصله بین پایه‌ها از 2D تا 10D، عمق آبشستگی در جلوی پایه اول تقریباً ثابت خواهد بود [9], [3]–[1]. پایه دوم در چیدمان سه پایه مشابه با پایه دوم در چیدمان دو پایه با افزایش فاصله بین پایه‌ها ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش یافته است به طوری که حداکثر عمق آبشستگی برای پایه دوم 7 درصد بیشتر از آبشستگی تک پایه و در فاصله 5D رخ داده است. همچنین تفاوت بین حداکثر و حداقل آبشستگی برای پایه دوم در فواصل مختلف بین پایه‌ای 12 درصد است. اختلاف بین عمق آبشستگی برای این پایه و آبشستگی تک پایه در فاصله بین پایه‌ای 10D، بسیار ناچیز (در حدود 3 درصد) است و این به معنای استقلال پایه دوم است. محققینی چون هاوانگ و همکاران (2016) فاصله 11D را به عنوان حد استقلال پایه‌ها در چیدمان سه پایه اعلام کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که پایه سوم روند مشخصی با تغییرات فاصله بین پایه‌ها نداشته است. این موضوع می‌تواند ناشی از الگوهای پیچیده جریان ناشی از اثر توام پایه اول و دوم باشد. حداکثر عمق آبشستگی برای پایه سوم در محدوده فاصله بین پایه‌ای مورد مطالعه در حدود 13 درصد کمتر از آبشستگی تک پایه بوده و در فاصله 6D رخ داده است. همچنین تفاوت بین حداکثر و حداقل آبشستگی در پایه سوم برای فواصل مختلف بین پایه‌ای 17 درصد است.

جدول 5. خلاصه آزمایش‌ها برای چیدمان سه پایه در راستای جریان (D=4cm)

Table 5. Experimental results for 3-pier layout in line with flow

| Test No. | G | d_{s1}/d_s | d_{s2}/d_s | d_{s3}/d_s |
|----------|-----|--------------|--------------|--------------|
| N20 | 2D | 1.150 | 0.959 | 0.822 |
| N21 | 3D | 1.150 | 0.986 | 0.822 |
| N22 | 4D | 1.178 | 1.027 | 0.822 |
| N23 | 5D | 1.178 | 1.068 | 0.767 |
| N24 | 6D | 1.164 | 1.027 | 0.863 |
| N25 | 8D | 1.164 | 0.959 | 0.698 |
| N26 | 10D | 1.150 | 0.973 | 0.781 |

آبستگی در پایه سوم برای فواصل بین پایه ای 17 درصد است.

پی نوشت

¹ Monti

مراجع

[1] W. Hao, T. Hongwu, X. Jiangfeng, W. Yao, and J. Sheng, "Clear-water local scouring around three piers in a tandem arrangement" vol. 59, no. 6, pp. 888-896, 2016.

[2] A. Amini, B. W. Melville, T. M. Ali, and A. H. Ghazali, "Clear-Water local Scour around pile groups in Shallow-Water flow" *J. Hydraul. Eng.*, vol. 138, no. 2, pp. 177-185, 2012.

[3] B. Ataie-Ashtiani and A. A. Beheshti, "Experimental investigation of clear-water local scour at pile groups" *Hydraul. Eng.*, vol. 132, no. October, pp. 1100-1104, 2006.

[4] R. Lanca, C. Fael, R. Maia, J. P. Pego, and A. H. Cardoso, "Clear-water scour at Pile Groups", *J. Hydraul. Eng.*, vol. 139, no. 10, pp. 1089-1098, 2013.

[5] Hannah, C.R. "Scour at pile groups", New Zealand, Christchurch, Univ. of Canterbury, Civil Engineering Dept., Research Rep. No. 28-3, 1978.

[6] H. Banzhad, N. Soleymani, A. Amini, "Investigation of scour mechanism in pier group and single group" 10th International Congress on Civil Engineering, 2015. (In Persian).

[7] N. Movahedi, A. Dehghani, M. Arabi and A. Zahiri "Experimental investigation of local scour around bridge pier group with 2 piers" *Journal of protection of soil and water*, pp. 199-216, 1393. (In Persian)

[8] A. Rahaeci, "Principles of Bridge Design", Amir Kabir University Press. 2003. (In Persian)

[9] H. Wang, H. Tang, Q. Liu, and Y. Wang, "Local scouring around twin bridge piers in Open-Channel flows" pp. 1-8. 2016.

مقدار عمق آبستگی پایه اول نسبت به عمق آبستگی در تک پایه 8 درصد است.

3- در چیدمان دو پایه با افزایش فاصله بین پایه‌ها، آبستگی پایه دوم نسبت به تک پایه در ابتدا افزایش یافته و با اندکی نوسان به حدود میزان تک پایه در حدود فاصله 6D می‌رسد. بنابراین تاثیر پایه جلویی بر عمق آبستگی در جلوی پایه دوم بعد از تقریباً 6D قابل اغماض است و این مقدار را می‌توان حد استقلال پایه‌ها در نظر گرفت. همچنین فاصله بحرانی بین پایه‌ها که در آن پایه دوم (پشتی) دارای بیشترین مقدار عمق آبستگی است برابر با 4D می‌باشد. مقدار عمق آبستگی در این حالت 9 درصد بیشتر از آبستگی تک پایه است

4- در چیدمان دو پایه با افزایش زاویه برخورد جریان از 0 تا 90 درجه در شرایط فاصله بین پایه‌ای $3D \leq G \leq 7D$ به صورت متوسط عمق آبستگی در جلوی پایه اول به علت کاهش اثرات تقویتی پایه دوم و همچنین افزایش اثرات تنگ‌شدگی تقریباً ثابت و حدوداً 17 درصد بیشتر از آبستگی تک پایه است در حالیکه در این شرایط تغییرات عمق آبستگی در جلوی پایه دوم ثابت نبوده و به میزان 17 درصد افزایش می‌یابد.

5- در چیدمان سه پایه با افزایش فاصله بین پایه‌ها عمق آبستگی پایه اول ابتدا اندکی افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. پایه اول شبیه به تک پایه عمل می‌کند و تفاوت بین حداکثر و حداقل مقدار عمق آبستگی برای پایه اول در فواصل مختلف بین پایه ای تنها حدود 3 درصد است.

6- در چیدمان سه پایه، پایه دوم با افزایش فاصله بین پایه‌ها ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش یافته است به طوریکه حداکثر عمق آبستگی برای پایه دوم 7 درصد بیشتر از آبستگی تک پایه است و در فاصله 5D رخ داده است. همچنین تفاوت بین حداکثر و حداقل آبستگی برای پایه دوم در فواصل مختلف بین پایه ای 12 درصد است.

7- حداکثر عمق آبستگی برای پایه سوم 13 درصد کمتر از آبستگی تک پایه بوده و در فاصله 6D رخ داده است. همچنین تفاوت بین حداکثر و حداقل

- [15] A. J. Raudkivi and R. Ettema, "Clear-water scour at cylindrical piers" J. Hydraul. Eng., vol. 109, no. 3, pp. 338–350, **1983**.
- [16] Y. M. Chiew and B. W. Melville, "Local scour around bridge piers", J. Hydraul. Res., vol. 25, no. 1, pp. 15–26, **1987**.
- [17] B. Melville and A. Sutherland, "Design Method for Local Scour at Bridge Piers", J. Hydraul. Eng., vol. 114, no. 10, pp. 1210–1226, **1989**.
- [18] M. R., "Experimental investigation on the flow field fluid dynamic characteristics around a circular piers" Millan polytechnic, **1994**.
- [19] B. W. Melville and Y. M. Chiew, "Time scale for local scour at bridge piers", J. Hydraul. Eng., vol. 125, no. 1, pp. 59–65, **1999**.
- [10] M. Zounemat-Kermani, A.-A. Beheshti, B. Ataie-Ashtiani, and S.-R. Sabbagh-Yazdi, "Estimation of current-induced scour depth around pile groups using neural network and adaptive neuro-fuzzy inference system", *Appl. Soft Comput.*, vol. 9, no. 2, pp. 746–755, **2009**.
- [11] M. K. Tabarestani, A. R. Zarrati, M. B. Mashahir, and E. Mokallaf, "Extent of riprap layer with different stone sizes around rectangular bridge piers with or without an attached collar," vol. 22, pp. 709–716, **2015**.
- [13] A. J. Raudkivi, *Loose boundary hydraulics*. CRC Press, **1998**.
- [14] M. K. Tabarestani, S. Azarmidokht, A. R. Zarrati and S. Anvari, "Optimal design of the riprap extention using different sizes of the stone around the bridge pier with a rectangular cross section with or without a collar" *Journal of Hyraulic.*, vol. 10, no. 4, pp. 51–64, **2016**. (In Persian)